

# DINÂMICA CONSERVATIVA E HAMILTONIANA

CÉLIA FERREIRA

Neste seminário abordaremos alguns resultados recentes sobre dinâmica conservativa e dinâmica Hamiltoniana.

Seja  $X$  um  $C^1$ -campo vetorial com divergência zero definido numa variedade Riemanniana, conexa e fechada. Dizemos que  $X$  é um campo vetorial *estrela* se todo o campo vetorial com divergência zero numa  $C^1$ -vizinhança de  $X$  tem todas as singularidades e todas as órbitas fechadas hiperbólicas. Neste contexto, discutiremos a equivalência entre as seguintes condições:

- $X$  é um  $C^1$ -campo vetorial estrela.
- $X$  está no  $C^1$ -interior do conjunto dos campos vetoriais com divergência zero *expansivos*.
- $X$  está no  $C^1$ -interior do conjunto dos campos vetoriais com divergência zero que satisfazem a *propriedade de sombreamento*.
- $X$  não tem singularidades e  $X$  é *uniformemente hiperbólico*.

Seja  $H$  um *Hamiltoniano* definido numa variedade simplética  $M$ ,  $e \in H(M) \subset \mathbb{R}$  e  $\mathcal{E}_{H,e}$  uma componente conexa de  $H^{-1}(\{e\})$  sem singularidades. Um *sistema Hamiltoniano*  $(H, e, \mathcal{E}_{H,e})$  é *uniformemente hiperbólico* se  $\mathcal{E}_{H,e}$  é uniformemente hiperbólica. Um sistema Hamiltoniano  $(H, e, \mathcal{E}_{H,e})$  é um *sistema Hamiltoniano estrela* se todas as órbitas fechadas de  $\mathcal{E}_{H,e}$  são hiperbólicas e esta propriedade vale para uma componente conexa de  $\tilde{H}^{-1}(\{\tilde{e}\})$ , perto de  $\mathcal{E}_{H,e}$ , para qualquer  $\tilde{H}$  numa  $C^2$ -vizinhança de  $H$  e para todo  $\tilde{e}$  numa vizinhança de  $e$ . Neste contexto, prova-se que um *sistema Hamiltoniano estrela* definido numa variedade simplética de dimensão 4 é *uniformemente hiperbólico*.

Por fim, discutiremos a versão Hamiltoniana de um resultado de Bonatti e Crovisier para difeomorfismos, segundo o qual um difeomorfismo conservativo  $C^1$ -genérico é transitivo.

---

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto  
Rua do Campo Alegre, 687, 4169-007 Porto, Portugal  
e-mail: celiam@fc.up.pt.