

# UMA INTRODUÇÃO AOS GRANDES DESVIOS

ADRIANA NEUMANN

RESUMO. A teoria dos grandes desvios estuda eventos raros, isto é, eventos cuja probabilidade é muito pequena. Estudar eventos cuja probabilidade decai exponencialmente, dá-nos uma melhor compreensão sobre o comportamento assintótico do modelo, pois entendemos quais são os possíveis desvios do comportamento esperado. Para ilustrar isto, considere a seguinte simples situação: seja  $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, tomando valores em  $\mathbb{R}$ , com média zero e  $\mathbb{E}[e^{\lambda X_1}] < \infty, \forall \lambda \in \mathbb{R}$ . Sabemos que para todo intervalo  $[a, b]$  que não contiver o ponto zero, teremos  $\mathbb{P}[\frac{1}{n} \sum_{k=0}^n X_k \in [a, b]] \rightarrow 0$ , quando  $n$  tende a infinito. Mas gostaríamos de saber qual é a taxa desta convergência ao ponto zero, ou seja, qual é a função  $I : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\infty\}$  tal que  $\mathbb{P}[\frac{1}{n} \sum_{k=0}^n X_k \in [a, b]] \sim e^{-n \inf\{I(x); x \in [a, b]\}}$ . Esta teoria foi aplicada a uma ampla gama de processos, tais como passeios aleatórios, sistemas de partículas, em que é necessário obter informação detalhada sobre o sistema.

Neste mini-curso eu vou focar nas ideias simples, porém importantes, por trás dos grandes desvios, estabelecendo uma estrutura não técnica, e aplicando estas ideias em passeios aleatórios no toro discreto  $\mathbb{Z}/k\mathbb{Z}$ , veja [3] e [1]. Na prova dos grandes desvios para o passeio aleatório, que apresentarei, aparecem as principais ideias da prova dos grandes desvios para o processo de exclusão, que é um processo estocástico que tem sido muito estudado nos últimos anos, veja [2].

## REFERÊNCIAS

- [1] Freidlin, M. I.; Wentzel, A. D.: *Random Perturbations of Dynamical Systems*, Springer, (1991).
- [2] Kipnis, C.; Landim, C.: *Scaling limits of interacting particle systems*. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], 320. Springer-Verlag, Berlin, (1999).
- [3] Lopes, A.; Neumann, A.: *Large Deviations via Aubry-Mather Theory*, work in progress, (2014).